

Un elemento junta de contacto entre suelo y estructura

Luis Moreno
Avelino Samartín

Departamento de Análisis de las Estructuras
E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
de Santander

1. INTRODUCCION

La utilización del método de los elementos finitos en el estudio del comportamiento de suelos y de la interacción existente entre terreno y estructura, ha supuesto un importante avance en el proyecto y construcción de obras como túneles, zapatas, muros de contención de tierra, etc. En efecto, es posible modelizar situaciones reales, con terrenos no homogéneos, y ecuaciones constitutivas distintas de las isotrópicas y lineales, y geometría arbitraria, entre otras características. Sin embargo, todavía existen algunas cuestiones, en estos tipos de cálculo, que precisan unas respuestas adecuadas. Una de ellas puede ser la que corresponde a la definición de un elemento finito que simule convenientemente el contacto del suelo con el hormigón o acero de la estructura. En efecto, la no consideración de un elemento especial de este tipo, supone que en la interfase del terreno con la estructura, a los puntos de cada uno de los dos materiales en contacto se les impone la condición de igualdad de movimientos normales y tangenciales a la junta. Esta condición implica la existencia de una colaboración del suelo en la resistencia de la estructura, más importante que la que realmente se produce, puesto que con ella se generan tensiones de corte o, en el caso de inicio de despegue entre ambos materiales, tensiones normales de tracción, que evidentemente no pueden existir en la realidad.

Se presenta una formulación de un elemento junta que intenta paliar algunas de las dificultades anteriores.

2. ELEMENTO JUNTA

Se supone que se utilizan, para modelizar el terreno, elementos C^0 tipo isoparamétricos de

ocho nudos, que han mostrado su eficacia y precisión en el análisis de problemas de elasticidad plana. La estructura se admite que está compuesta por elementos vigas rectas de dos nudos, como se muestra en la figura 1. Las matrices características de ambos tipos de elementos son bien conocidas y no se repiten aquí. Se denomina h al espesor de la viga; es decir, $h/2$ representa la distancia de su eje neutro a la cara interfase suelo-estructura.

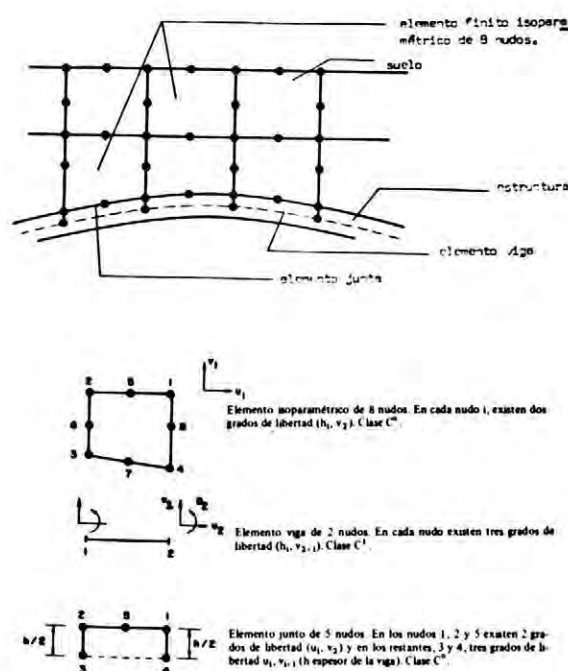


Fig. 1. Tipos de elementos previstos en un problema de interacción suelo-estructura.

El elemento junta debe permitir la transición entre las dos clases de elementos anteriores. Por consiguiente, estará compuesto de cinco nudos, los tres de contacto con el terreno con 2 gdl cada uno y los dos correspondientes a la viga con 3 gdl. Para la obtención de su matriz de rigidez se siguen las siguientes etapas:

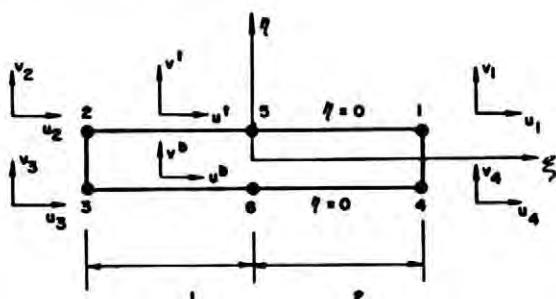


Fig. 2. Elemento isoparamétrico de seis nudos. Clase C^0

(a) Se supone el elemento "padre" de la figura 2, correspondiente a un elemento isoparamétrico de seis nudos, de clase C^0 .

Las funciones de forma de este elemento son:

$$\begin{aligned} N_1(\xi) &= N_4(\xi) = (\xi + \xi_1) / \xi_2 = h_1(\xi) \\ N_2(\xi) &= N_3(\xi) = -(\xi - \xi_2) / \xi_1 = h_2(\xi) \\ N_5(\xi) &= N_6(\xi) = (\xi - \xi_1)(\xi - \xi_2) / \xi_1 \xi_2 = h_3(\xi) \end{aligned} \quad (2.1)$$

siendo:

$$\begin{aligned} \xi_2 &= 1/L [(x_1 - x_c)^2 + (y_1 - y_c)^2]^{1/2} \\ \xi_1 &= 1 - \xi_2 \\ L &= [(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2]^{1/2} \end{aligned}$$

(x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_5, y_5) coordenadas, en ejes generales, de los nudos (1, 4), (2, 3) y (5, 6), respectivamente.

Se indican, con los superíndices s e i , las caras superior (1-5-2) e inferior (4-6-3) del elemento. Los movimientos a lo largo de cada una de las caras se pueden expresar como sigue:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u^s \\ u^i \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} h_1 & 0 & h_2 & 0 & 0 & 0 & h_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_2 & h_1 & 0 & 0 & h_3 & 0 \end{bmatrix} \underline{d} \\ &\quad (2.2) \\ \begin{bmatrix} v^s \\ v^i \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & h_1 & 0 & h_2 & 0 & 0 & 0 & h_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_2 & 0 & h_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{d} \end{aligned}$$

con $\underline{d} = \{d_i\} = (u_1, v_1, u_2, v_2, u_3, v_3, u_4, v_4, u_5, v_5, u_6, v_6)^T$ ($i = 1, 2, \dots, 12$).

Se definen las deformaciones, tangencial (W_t) y normal (W_n), de la laja:

$$W_t = u^s - u^i; \quad W_n = v^s - v^i \quad (2.3)$$

es decir:

$$\begin{bmatrix} W_t \\ W_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & h_2 & 0 & -h_2 & 0 & -h_1 & 0 & h_3 & 0 & -h_3 & 0 \\ 0 & h_1 & 0 & h_2 & 0 & -h_2 & 0 & -h_1 & 0 & h_3 & 0 & -h_3 \end{bmatrix} \underline{d}$$

o bien:

$$\begin{bmatrix} W_t \\ W_n \end{bmatrix} = \underline{B} \underline{d} \quad (2.4)$$

Las tensiones en la laja, σ_t y σ_n , están relacionadas con las deformaciones anteriores mediante la relación constitutiva:

$$\begin{bmatrix} \sigma_t \\ \sigma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{nn} & k_{nt} \\ k_{tn} & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_t \\ W_n \end{bmatrix} = \underline{k}_0 \begin{bmatrix} W_t \\ W_n \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Las expresiones de los coeficientes de esta matriz constitutiva de la junta, se comentan más adelante. Siguiendo las etapas típicas del cálculo en elementos finitos, se obtiene la matriz de rigidez de la junta:

$$\underline{p} = \underline{k} \underline{d} \quad (2.6)$$

con:

$$\underline{k} = \underline{B}^T \underline{k}_0 \underline{B}$$

y siendo:

$$\begin{aligned} \underline{p} &= \{p_i\} = \\ &= (U_1, V_1, U_2, V_2, U_3, V_3, U_4, V_4, U_5, V_5, U_6, V_6) \\ &\quad (i = 1, 2, \dots, 12) \end{aligned}$$

el vector de fuerzas actuando en los grados de libertad de cada nudo del elemento junta.

3. CONEXION DEL ELEMENTO JUNTA CON LA VIGA

Se observa (figura 3) que los grados de libertad de los nudos 3, 4 y 6 (con dos grados de libertad por nudo) no coinciden con los de la viga, que tiene dos nudos, 3' y 4', con tres grados de libertad cada uno. Sin embargo, se comprueba que el número total de grados de libertad que hay que conectar entre ambos elementos es idéntico e igual a seis, por lo que es posible obtener una transformación biunívoca entre ellos, del siguiente modo (figura 4):

Se introduce, sucesivamente, un movimiento unidad en cada uno de los grados de libertad de viga ($\bar{u}_1, \bar{v}_1, \bar{\theta}_1, \bar{u}_2, \bar{v}_2$ y $\bar{\theta}_2$) y se calculan los mo-

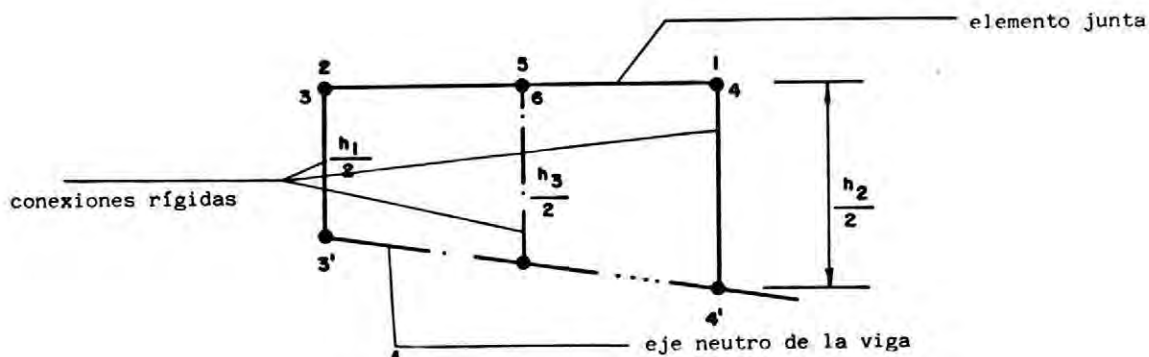


Fig. 3. Conexión del elemento junta con la viga.

vimientos que aparecen en los grados de libertad de los nudos 3, 4 y 6, representados en la figura 4 por las letras A, C y B, respectivamente. Se deduce de este modo, como se indica en la citada figura para sus tres primeros puntos, la matriz de transformación \underline{T} , es decir:

$$\underline{d}_0 = \underline{T}_0 \underline{d}_v \quad (3.1)$$

con

$$\begin{aligned} \underline{d}_v &= (\bar{u}_1, \bar{v}_1, \bar{u}_2, \bar{v}_2, \bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2) \\ \underline{d}_0 &= (d_5, d_6, d_7, d_8, d_{11}, d_{12}) \end{aligned}$$

$$\underline{T}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -h_1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -h_2/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1-\lambda & 1-3\lambda^2+2\lambda^3 & \lambda & 3\lambda^2-2\lambda^3 & -(1-4\lambda+3\lambda^2)h_3/L & \lambda(2-3\lambda)h_3/L \\ 0 & 3\lambda(1-\lambda)h_3/L & 0 & -3\lambda(1-\lambda)h_3/L & (\lambda-2\lambda^2+3\lambda^3)L & (\lambda^3-\lambda^2)L \end{bmatrix}$$

La ecuación (3.1) puede ampliarse de modo que relacione los 12 grados de libertad del elemento junta considerado inicialmente, con los nuevos 12 grados de libertad que contienen los de la viga. Para ello se particiona la matriz \underline{T}_0 como se indica en su definición, es decir:

$$\underline{T}_0 = \begin{bmatrix} \underline{I}_4 \\ \underline{T}_{02} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{T}_{01} \\ \underline{T}_{03} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

con \underline{I}_4 matriz unidad, de dimensión (4 x 4), \underline{T}_{01} , \underline{T}_{02} y \underline{T}_{03} matrices de dimensión (4 x 2), (2 x 4) y (2 x 2), respectivamente.

Resulta por consiguiente:

$$\underline{d} = \underline{T} \underline{d}_v \quad (3.3)$$

siendo:

$$\underline{d}_v = (d, d_2, d_3, d_4, \bar{u}_1, \bar{v}_1, \bar{k}_2, \bar{v}_2, d_9, d_{10}, \bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2)$$

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} \underline{I}_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{I}_4 & 0 & \underline{T}_{01} \\ 0 & 0 & \underline{I}_2 & 0 \\ 0 & \underline{T}_{02} & 0 & \underline{T}_{03} \end{bmatrix}$$

\underline{d} definida en (2.2), \underline{I}_2 matriz unidad de 2 x 2. La matriz de rigidez respecto a los nuevos grados de libertad es:

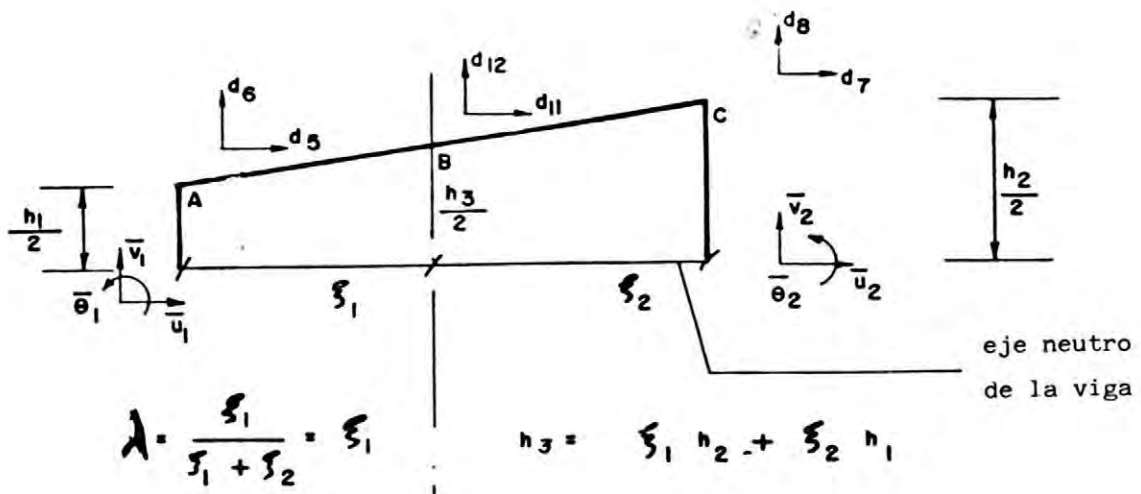
$$\underline{p}_v = \underline{k}_v \underline{d}_v \quad (3.4)$$

siendo \underline{p}_v el vector de las fuerzas aplicadas en los nuevos grados de libertad, que contienen a los de la viga, y

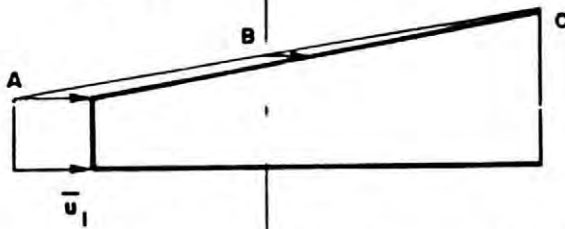
$$\underline{k}_v = \underline{T}^T \underline{k} \underline{T} = \int_{-\beta}^{\alpha} (\underline{B} \cdot \underline{T})^T \underline{k}_0 (\underline{B} \cdot \underline{T}) dx$$

4. EXPRESION EN COORDENADAS GLOBALES

En las relaciones anteriores (3.4) se han supuesto unos ejes de coordenadas locales, es decir, referidos a la dirección del eje de la junta (cara intrados de la viga). Se debe efectuar una nueva trans-

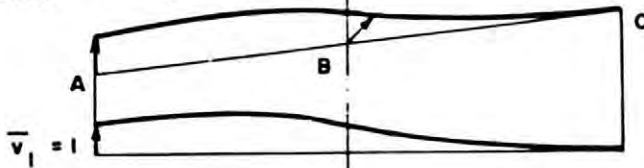


ESTADO 1 : $\bar{u}_1 = 1$



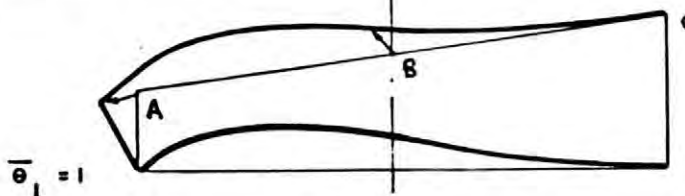
$$\begin{aligned}
 d_5 &= 1 & d_6 &= 0 & d_7 &= 0 \\
 d_8 &= 0 & d_{11} &= 1 - \lambda & d_{12} &= 0
 \end{aligned}$$

ESTADO 2 : $\bar{v}_1 = 1$



$$\begin{aligned}
 d_5 &= 0 & d_6 &= 1 & d_7 &= 0 \\
 d_8 &= 0 & d_{11} &= 1 - 3\lambda^2 + 2\lambda^3 & d_{12} &= 3\lambda(1 - \lambda) \frac{h_3}{L}
 \end{aligned}$$

ESTADO 3 : $\bar{\theta}_1 = 1$



$$\begin{aligned}
 d_5 &= -\frac{h_1}{2} & d_6 &= 0 & d_7 &= 0 \\
 d_8 &= 0 & d_{11} &= -(1 - 4\lambda + 3\lambda^2) \frac{h_3}{2} & d_{12} &= (\lambda - 2\lambda^2 + \lambda^3) L
 \end{aligned}$$

Fig. 4. Relaciones entre los grados de libertad.

formación de ejes a un sistema global de coordenadas de toda la estructura. Para ello, se define la matriz de rotación \underline{t}_1 , cuya expresión es:

$$\underline{t}_1 = \begin{bmatrix} c & -s \\ s & c \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

con

$$c = \cos \phi = \frac{x_1 - x_2}{L}; \quad s = \sin \phi = \frac{y_1 - y_2}{L}$$

La matriz de rigidez, \underline{k}'_v referida a los nuevos ejes globales es, por consiguiente:

$$\underline{p}'_v = \underline{k}'_v \underline{d}'_v \quad (4.2)$$

con

$$\underline{p}'_v = \underline{T}_1^T \underline{p}_v$$

$$\underline{d}'_v = \underline{T}_1 \underline{d}_v$$

$$\underline{k}'_v = \underline{T}_1^T \underline{k}_v \underline{T}_1 = \int_{-\beta}^{\alpha} (\underline{B}^T \underline{T}_1)^T \underline{k}_0 (\underline{B}^T \underline{T}_1) dx$$

$$\underline{T}_1 = \begin{bmatrix} \underline{t}_1 & & \\ & \underline{t}_1 & 0 \\ & & \underline{t}_1 \\ & & & \underline{t}_1 \\ 0 & & & & \underline{t}_1 \\ & & & & & \underline{I}_2 \end{bmatrix}$$

\underline{I}_2 = matriz unidad, de dimensión 2 x 2.

5. MATRIZ DE RESULTADOS

Una vez ensamblada la matriz de rigidez \underline{k}'_v en la general de la estructura, generados los vértices de cargas equivalentes e introducidas las condiciones de contorno, se resuelve el sistema de ecuaciones resultantes obteniendo los valores de los movimientos \underline{d}'_v en la junta. Las tensiones en la junta se deducen mediante la expresión:

$$\begin{bmatrix} \sigma_t \\ \sigma_n \end{bmatrix} = \underline{S} \underline{d}'_v \quad (5.1)$$

siendo:

$$\underline{S} = \underline{k}_0 \underline{B}^T \underline{T}_1$$

Es conveniente evaluar la matriz \underline{S} en los puntos de Gauss de integración de la matriz de rigidez (2.6). Se efectúa la transformación a los ejes intrínsecos

$$r = 1 + 2 \frac{x - \xi_2 L}{L}; \text{ o bien } x = \left[\xi_2 - \frac{1}{2}(1-r) \right] L \quad (5.2)$$

con lo que la integral (2.6) se convierte en:

$$\begin{aligned} \underline{k} &= \frac{L}{2} \int_{-1}^1 \underline{B}^T \underline{k}_0 \underline{B} dr = \\ &= \frac{L}{2} [(\underline{B}^T \underline{k}_0 \underline{B})_{-r_0} + (\underline{B}^T \underline{k}_0 \underline{B})_{r_0}] \end{aligned} \quad (5.3)$$

siendo:

$$r_0 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

La matriz \underline{S} debe evaluarse, por consiguiente, en los puntos:

$$\begin{aligned} x_1 &= \xi_2 L - \frac{L}{2}(1+r_0) \\ x_2 &= \xi_2 L - \frac{L}{2}(1-r_0) \end{aligned} \quad (5.4)$$

6. ECUACIONES CONSTITUTIVAS DE LA JUNTA

Si se supone una junta elástica, en la que no existe dilatación, se puede considerar en este rango la siguiente expresión para \underline{k}_0 :

$$\underline{k}_0 = \begin{bmatrix} k_{tt} & 0 \\ 0 & k_{nn} \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

Los valores de k_{tt} y k_{nn} se determinan en la zona elástica mediante ensayos normales y de corte en la junta (1).

Respecto a la situación general de juntas rocosas, en (2) se discute detalladamente el comportamiento en fase anelástica. En las figuras 5 y 6 se exponen algunos resultados obtenidos entonces. No se introducen aquí los conceptos de dilatación, de aplicación más directa a la simulación de las fallas rocosas, y por lo tanto, se supone que los coeficientes k_{nt} y k_{tn} son nulos.

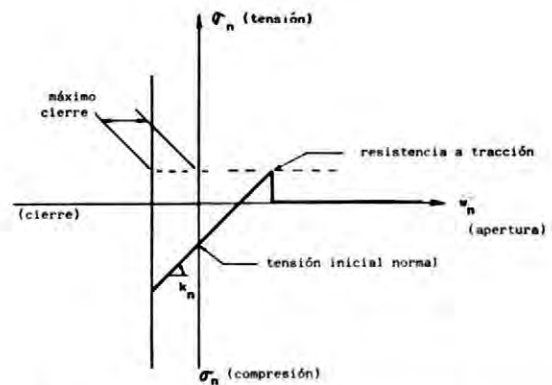


Fig. 5. Ensayo normal a tensión constante de corte.

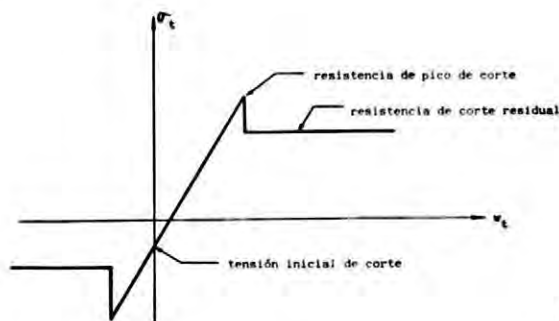


Fig. 6. Ensayo de corte a tensión normal constante.

Otra posibilidad, probablemente más adecuada, si se desea modelizar el comportamiento de la junta en el rango no elástico, es considerar un material del tipo Mohr-Coulomb, adoptando la siguiente formulación para la superficie de fluencia:

$$F = \frac{1}{3} I_1 \sin \phi + \sqrt{J_2} \left(\cos \theta - \frac{\sin \theta \sin \phi}{\sqrt{3}} \right) - c \cdot \cos \phi = \gamma_1 \quad (6.2)$$

siendo ϕ y c el ángulo de rozamiento interno y la cohesión, medidos en ensayos triaxiales con drenaje.

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + \tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2 = \frac{1}{2} (S_x^2 + S_y^2 + S_z^2) + \tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2$$

$$J_3 = S_x S_y S_z - S_z \tau_{xy}^2 - S_x \tau_{yz}^2 - S_y \tau_{xz}^2$$

$$\theta = \frac{1}{3} \arcsin \left(\frac{-3 \sqrt{3} J_3}{2 J_2^{3/2}} \right)$$

El potencial plástico o superficie de flujo, se define como sigue:

$$Q = \frac{1}{3} I_1 \sin \psi + \sqrt{J_2} \left(\cos \theta - \frac{\sin \theta \sin \psi}{\sqrt{3}} \right) - c \cos \psi \quad (6.3)$$

siendo ψ el ángulo de dilatación. Si este ángulo $\psi = \phi$ se trata de un flujo totalmente asociado, y $\psi = 0$ supone un flujo sin cambio de volumen plástico.

La ecuación constitutiva de la junta en forma incremental, apta para un cálculo paso a paso es:

$$d\sigma = dk_0 d\epsilon \quad (6.4)$$

con

$$d\sigma = \begin{bmatrix} d\sigma_t \\ d\sigma_n \end{bmatrix}; \quad d\epsilon = \begin{bmatrix} dw_t \\ dw_n \end{bmatrix}$$

$$dk_0 = \frac{k_0 \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T k_0}{A + \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T k_0 \frac{\partial Q}{\partial \sigma}}$$

$$A = \frac{\partial F}{\partial \gamma} d\gamma \frac{1}{\lambda}$$

En los puntos $\theta = \pm 30^\circ$ existe una discontinuidad en las derivadas, por lo que en un entorno pequeño de las mismas se sustituyen las superficies F y Q por otra más suave.

7. EJEMPLOS NUMERICOS

El elemento junta que se acaba de describir se ha insertado en un programa general de elementos finitos. Con objeto de comprobar el modelo utilizado, se analiza primeramente un caso muy simple. Más adelante se considera una aplicación a un caso real.

Se estudia la ménsula de la figura 7a, en la cual se supone existe una junta J uniendo las mitades superior e inferior de la misma (porciones A y B respectivamente). La carga actuante sobre esta ménsula es puntual, de valor $P = 10$ t aplicada en su extremo libre. Las características del material son $E = 1000 \text{ tm}^{-2}$ y $\nu = 0$.

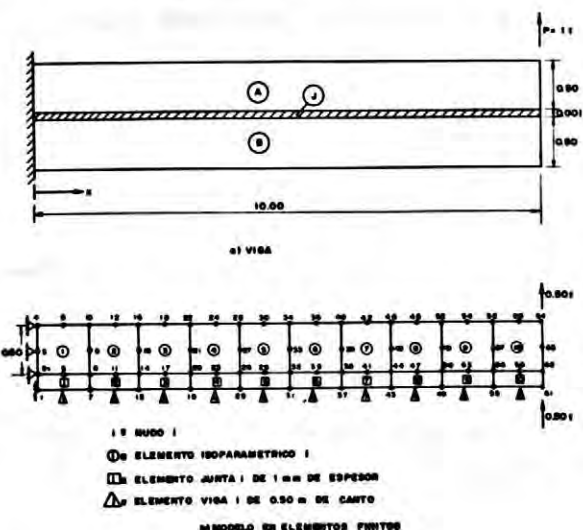


Fig. 7. Ejemplo de comparación.

La parte A se idealiza mediante elementos isoparamétricos de 8 nudos y la B con elementos vigas a flexión, unidos a los primeros por elementos junta de 1 mm de espesor, tal como se indica en la figura 7b.

Se consideran las dos hipótesis siguientes:

Hipótesis 1: La junta es del mismo material que el considerado para las partes A y B, con perfecta adherencia entre las superficies de contacto. En estas condiciones el modelo equivale a una viga de canto 1 m. Los elementos de la matriz de rigidez de la junta son:

$$k_{nn} = 10^3 E = 10^6 \text{ tm}^{-2}$$

$$k_{tt} = 10^3 G = 5 \times 10^5 \text{ tm}^{-2}$$

$$\text{con } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Hipótesis 2: La junta presenta rigidez nula a la deformación tangencial, con lo cual el modelo equivale a dos vigas adosadas, de canto 0,50 m cada una, con rozamiento entre sus superficies de contacto.

En este caso los elementos de la matriz de rigidez de la junta son:

$$k_{nn} = 10^3 E = 10^6 \text{ tm}^{-2} ; k_{tt} = 0$$

Los resultados obtenidos en cada una de las hipótesis anteriores se resumen en la tabla 1.

a la estructura túnel representada en la figura 8, sometida al peso de la tierra y a una importante sobrecarga en la superficie.

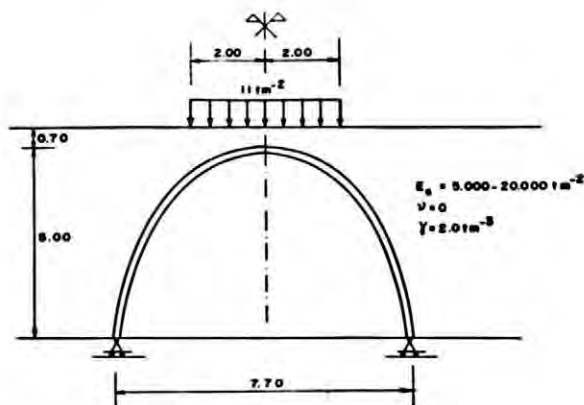


Fig. 8. Estructura túnel.

Los extremos del arco se suponen coaccionados al giro y al movimiento vertical. El material de la interfase suelo-hormigón se supuso que variaba entre dos situaciones extremas: (a) caso completamente rígido ($k_{tt} = \infty$) es decir, como en un típico cálculo de elementos puntos, y (b) caso de completamente flexible ($k_{tt} = 0$), es decir, los dos materiales, hormigón y suelo, se comportan independientes uno del otro, (sin interacción).

La malla en elementos finitos utilizados en el

TABLA 1
Ejemplo de comprobación. Resultados

Hipótesis 1	Flecha (10^{-2})										Momento empotramiento
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Exacto (*)	0,058	0,224	0,486	0,832	1,250	1,728	2,254	2,816	3,402	4,000	10
Caso 1	0,0586	0,225	0,488	0,835	1,254	1,732	2,259	2,822	3,409	4,007	9.800
Error (%)	1,03	0,45	0,41	0,35	0,32	0,23	0,22	0,21	0,21	0,18	-2,00
Hipótesis 2	Flecha (10^{-2})										Momento empotramiento
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Exacto (*)	0,232	0,896	1,944	3,328	5,000	6,912	9,016	11,264	13,608	16,000	5,75
Caso 2	0,233	0,899	1,947	3,332	5,005	6,918	9,023	11,272	13,617	16,010	4.868 + 5.033
Error (%)	0,43	0,33	0,15	0,12	0,10	0,09	0,08	0,07	0,07	0,06	-0,94

* Según la teoría de Resistencia de Materiales.

El comportamiento del elemento junta que se ha descrito, se ha observado en la aplicación

cálculo, se representa en la figura 9. El número total de grados de libertad es 161 y se han inclui-

do los siguientes elementos en el modelo:

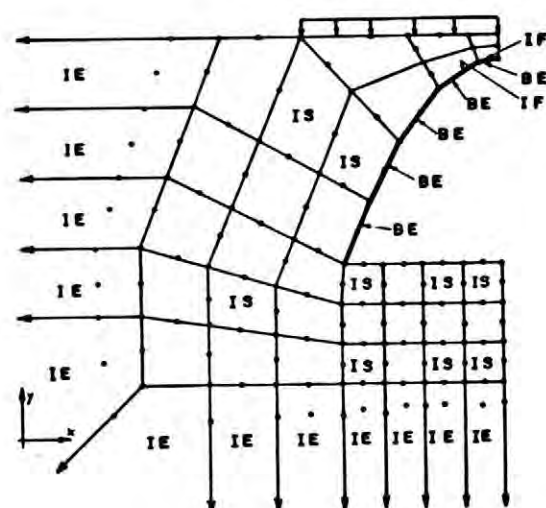


Fig. 9. Malla en elementos finitos.

12 elementos infinitos (IE) descritos en la referencia (3).

28 elementos isoparamétricos de 8 nudos (IS).

5 elementos interfase tipo junta descritos en este artículo (IF).

5 elementos viga (BE).

El cálculo de este ejemplo se efectuó en un ordenador personal de 512 Kb de memoria central.

Los resultados que se muestran en la tabla 2

corresponden a los valores a lo largo de la estructura arco del túnel. El módulo de elasticidad E_s del suelo es de $5 \times 10^3 \text{ tm}^{-2}$ y el espesor de la junta se supuso de 0,01 m, es decir $k_{nn} = 10^2 E_s$. Con objeto de comprobar la importancia de la rigidez tangencial a la junta, se estudiaron varios casos: $k_{tt} = 10^{-4} \cdot k_{nn}$; $k_{tt} = 10^{-2} k_{nn}$; $k_{tt} = k_{nn}$. Asimismo, la situación $k_{tt} = k_{nn} = \infty$ se simuló mediante la no consideración de elementos juntas entre el hormigón y el terreno. El módulo de elasticidad del hormigón fue en todos los casos de $E_c = 3 \times 10^6 \text{ tm}^{-2}$.

En la tabla 2 se muestran también los resultados para un suelo más duro ($E_s = 2 \times 10^4 \text{ tm}^{-2}$).

Finalmente, un cálculo semejante se llevó a cabo suponiendo que el arco se apoya elásticamente en el suelo, es decir, se admite que los movimientos verticales del arco y el terreno son iguales. En la tabla número 3 se resumen los resultados obtenidos. Los valores entre paréntesis corresponden a los movimientos verticales de la sección central, relativos a los de las secciones de los extremos del arco.

8. CONCLUSIONES

Los resultados anteriores ponen de relieve la importancia que en las tensiones producidas en un túnel tiene una adecuada modelización de la junta interfase entre los materiales hormigón y terreno. Este resultado es particularmente significativo en relación al momento flector que se produce en el arco, en el caso de suelos blandos (terraplenes).

TABLA 2
Estructura arco con los dos extremos coaccionados al movimiento vertical

E suelo = $5 \times 10^3 \text{ tm}^{-2}$		$K_{nn} = E \text{ suelo} \times 10^2 \text{ tm}^{-1}$			
$\frac{K_{tt}}{K_{nn}}$	Caso	Movimiento horizontal en el extremo (cm)	Movimiento vertical en la sección central (cm)	Movimiento flector en la sección extremo (cm)	Movimiento flector en la sección central (cm)
10^{-4}		-0,074	0,418	11,927	-14,581
10^{-2}		-0,404	-0,148	10,513	-3,077
1		-0,563	-0,304	10,474	-1,136
Sin juntas		-0,522	-0,278	10,015	-1,267
E suelo = $20 \times 10^3 \text{ tm}^{-2}$		$k_{nn} = E \text{ suelo} \times 10^2 \text{ tm}^{-1}$			
10^{-4}		-0,022	0,143	4,907	-8,187
10^{-2}		-0,120	-0,086	4,941	-1,366
1		-0,163	-0,134	4,736	-0,401
Sin juntas		-0,150	-0,126	4,494	-0,477

TABLA 3

Estructura arco con los dos extremos elásticamente apoyados en el suelo

E suelo = $5 \times 10^3 \text{ tm}^{-2}$		$K_{nn} = 10^2 \text{ E suelo tm}^{-1}$		
$\frac{K_{tt}}{k_{nn}}$ \ Case	Movimiento horizontal en el extremo (cm)	Movimiento vertical en la sección central (cm)	Movimiento flector en la sección extremo (cm)	Movimiento flector en la sección central (cm)
10^{-4}	-3,180	-10,730 (-2,190)	14,959	7,644
10^{-2}	-1,800	-6,690 (-0,906)	18,239	-4,599
1	-1,250	-5,640 (-0,555)	16,878	-5,483
Sin juntas	-1,220	-5,480 (-0,546)	16,248	-5,311
E suelo = $20 \times 10^3 \text{ tm}^{-2}$		$K_{nn} = 10^2 \text{ E suelo}$		
10^{-4}	-0,835	-2,74 (-0,581)	5,532	1,693
10^{-2}	-0,483	-1,680 (-0,228)	7,388	-3,342
1	-0,342	-1,430 (-0,155)	7,350	-3,086
Sin juntas	-0,331	-1,390 (-0,154)	6,817	-2,967

Sería de interés extender los estudios anteriores, realizados en el rango elástico, de forma que se considerase el comportamiento elasto-plástico de la junta y la plasticidad del suelo, para comprobar la validez de los resultados obtenidos.

REFERENCIAS

- (1) Goodman, R.E.; Taylor, R.L. y Brekke, T.L. "A Model for the Mechanics of Jointed Rock". Journ. Soil Mechanics and Foundations Division ASCE. May (1968).
- (2) Goodman, R.E. y Dubois, J. "Duplication of Dilatant behaviour in the Analysis of Jointed Rocks". Journ. Soil Mechanics and Foundations Division ASCE. April (1972).
- (3) Zienchiewicz, O.C.; Emson, C. and Bettess, P. "A novel boundary infinite element". Intl Journ. Num. Meth. in Engineering. Vol. 19. No. 3 (1983).

RESUMEN

Se desarrolla un elemento finito especial que permite la conexión entre un elemento viga (con

flexión) y un elemento cuadrilátero de extensión (tensión o deformación plana). Asimismo, este elemento especial sirve para modelizar la discontinuidad existente en el contacto entre diferentes materiales. La formulación en movimientos del elemento, permite su inserción directa en un programa general de elementos finitos, y de esta forma calcular estructuras de hormigón en contacto con el suelo (muros de contención, cimentación, estructuras enterradas como túneles y tuberías, etc.), tanto en el rango elástico como en el elasto-plástico, utilizando una potencia limitada en medios computacionales.

SUMMARY

A special finite element allowing the connection between a C^1 beam element and a C^0 quadrilateral element has been developed. Also this special element model the joint discontinuity existing between two different materials, like soil and concrete. Therefore, the element can be applied in the framework of a general F.E. computer program to analyse underground structures either in the elastic or in the elastic-plastic range using a limited computational power.